

### 3. Aufgabenblatt: Analysis 2

Lehrkräfteweiterbildung, 12 Q, Winter 2023/24

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

**Aufgabe 3.1** Berechnen Sie für  $b > 0$  mit Hilfe von 1.7 (Riemannsche Summe) folgendes Integral.

$$\int_0^b x^3 dx$$

**Aufgabe 3.2** Sei  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig mit  $f \geq 0$ , d.h.  $f(x) \geq 0$  für alle  $x \in [a, b]$ .

Zeigen Sie:

$$\int_a^b f = 0 \implies f = 0$$

Hinweis: Zeigen Sie die Kontraposition. Betrachten Sie den Fall  $f(c) > 0$  für ein  $c \in ]a, b[$ , wenden Sie das  $\epsilon$ - $\delta$ -Kriterium für  $\epsilon = f(c)/2$  an, und zeigen Sie mit den Rechenregeln 1.8, dass das Integral größer als  $f(c) \cdot \delta$  ist.

**Aufgabe 3.3** Betrachten Sie die Funktion  $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ .

Finden Sie alle  $c \in [1, 4]$ , die die Gleichung im Mittelwertsatz der Integralrechnung erfüllen.

$$\int_1^4 f(x) dx = f(c) (4 - 1)$$