

3. Aufgabenblatt: Analysis 2

Lehrkräfteweiterbildung, 12 Q, Winter 2023/24

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

Aufgabe 3.1 Berechnen Sie für $b > 0$ mit Hilfe von 1.7 (Riemannsche Summe) folgendes Integral.

$$\int_0^b x^3 dx$$

Aufgabe 3.2 Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f \geq 0$, d.h. $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [a, b]$.

Zeigen Sie:

$$\int_a^b f = 0 \implies f = 0$$

Hinweis: Zeigen Sie die Kontraposition. Betrachten Sie den Fall $f(c) > 0$ für ein $c \in]a, b[$, wenden Sie das ϵ - δ -Kriterium für $\epsilon = f(c)/2$ an, und zeigen Sie mit den Rechenregeln 1.8, dass das Integral größer als $f(c) \cdot \delta$ ist.

Aufgabe 3.3 Betrachten Sie die Funktion $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.

Finden Sie alle $c \in [1, 4]$, die die Gleichung im Mittelwertsatz der Integralrechnung erfüllen.

$$\int_1^4 f(x) dx = f(c) (4 - 1)$$